基于贝叶斯方法的教学实证模型

A positivism analysis model of teaching research based on Bayesian method

广州医科大学生物工程系 傅洪波， 魏悦姿，丁有得\*， 朱继翔

摘要：本研究从教学实践出发，提出一种可应用于教学的实证模型。该模型以贝叶斯方法为指导，结合先验概率和后验概率对教学行为的结果做出统计评估。该模型相应的统计数据来源于日常测试。统计指标是所谓的吸收概率指标，它由测试的难度系数转化而来。统计推断过程中，还有效地结合了矩阵处理。该统计模型，可行性和操作性强，可为大量的教学研究提供思路和工具。

Abstract: This research embarks from the teaching practice, putting forward a positivism model in teaching analysis. The model is based on the Bayesian method, combined with the prior probability and posterior probability to evaluate the results of teaching behavior. Statistical index is the so-called absorption probability index, which is transformed from the difficulty coefficient of the test. The statistical inferring is also effectively combined with the matrix processing. This statistical model, with powerful operability and practicability can provide ideas and tools for the massive teaching researches.

关键词：贝叶斯方法，统计研究，实证模型

Key word: Bayesian method,Statistical research,Positivism model

中图分类号：G420　　文献标志码：A

1. **前言**

　实证研究主要是反映归纳法的思维方式，以观察事实和归纳逻辑为基础，透过现象的描述和解释概括出理论命题，而非仅仅从理论到理论的演绎推理。目前，加强实证研究已经是教育界的共识[1-3]，而一些的实证研究虽然基于统计学的，但仅就某个具体问题的数据，适当统计，以证实其研究结果和结论的有效性[4-6]。本研究，则是从统计角度，针对教学提出一种新的统计模型，为教学的实证研究，提供模型、方法和思路。调研发现，这方面公开的文献报道，并不多见，少数报道结果则停留在理论论证上，应用性稍显不强[7]，本研究在此做出努力。

英国学者T.贝叶斯1763年在《论有关机遇问题的求解》中提出一种归纳推理的理论，后被一些统计学者发展为一种系统的统计推断方法，称为贝叶斯方法。这种统计推断方法涉及的先验分布和后验分布两个基本概念[8-9]。

　贝叶斯及其学派认为关于总体分布参数θ的任何统计推断问题中，必须先规定一个先验分布，它是人们在进行观察或新的观察之前，人们对参数θ已有认识，故也称之为先验知识。然后，人们根据观察后的样本分布和未知参数的先验分布，用概率论求出所谓条件概率分布，而这个分布称为后验分布，综合两种分布，我们可做出合理推断。

假定我们实施一种新的教学行为，引入新的变化因素X，则教学行为的评价指标（类似于参数θ）原有的先验概率分布为P（θ）＝P1，很可能发生改变，其概率分布假设变为条件概率P（θ|X）＝P2，此即为后验概率。我们可由此做出相应的统计推断，这就是所谓的贝叶斯统计推断方法。在教育、教学中当我们对教学对象施加其他影响和行为时，对其结果的分析和求证莫过于此，可见，贝叶斯统计方法和思想具有极强的适用性和应用性。

1. **实证模型的建立与运作**

贝叶斯统计推断方法，仍需要提取统计特征和获得样本统计数据，简言之，需要统计建模。根据教学的特点和相关经验，我们先做出以下建模的设定：

1. **由测试来产生数据来源** 教学效果的评价指标众多，但目前最现实的手段仍然是测试，但此类测试不是选拔性考试，而是水平性考试，考察受教者再现所传授知识的准确率，因此，测试题的配置要做明智的选择。

2. **以矩阵形式组织数据** 由于我们传授的知识具有系统性，加上一些教学探索，比如采用新的教学方法，涉及整个教学知识体系，因此我们引入知识矩阵（见图1，矩阵Ａ），此矩阵元素为一个知识单元，比如一个章节。元素横坐标为章的序号，纵坐标为节的序号。我们会对知识单元及时测试，测试的统计结果处理后同样形成矩阵。矩阵引入可便于进行矩阵处理，实现数据全方位的管理和处理。

3. **引入“吸收概率”** 统计参数的选择是统计建模的关键，它要既能反应统计对象的基本属性，又要易于获取，降低统计成本。其中，难度系数是一个常见的测试分析指标，其专门反映试题的难易程度，即考生在一个试题或一份试卷中的失分程度。如满分100分的试题，考生平均得分72分，则难度系数为70/100=0.72。难度系数的计算公式为：



其中，L 为难度系数， X 为样本平均得分，W 为试卷总分(可以灵活设定），显然L可以满足概率公设的三要素：非负性，归一性和可加性[8]。这样，结合上文设定，通过长时间讨论，我们认为可把“难度系数”再定义为所谓“吸收概率”，即表示整个学习群体对所学知识的吸收程度或掌握的程度（或呈现的准确率），同时也可反映了教学者的教学效率，这样，“难度系数”被赋予新的内涵和意义。针对不同知识单元测试结果的“难度系数”，可组成“吸收概率”矩阵（见图1，矩阵E），代表某学习群体在各个知识单元的吸收概率，同时也反映了教学效率，常识告诉我们，高效的教学行为对应高效的吸收概率，即使后者有一定的随机性。需要指出一点是，我们建议难度公式中测试平均分，可灵活设定，不可一味简单地设定为算术平均数，也可采用“众数”、“加权算术平均数”，来计算平均分，有效避免奇异值影响。



0.5=25/50

0.72=72/100

**图1 矩阵及映射示意图**

按上文所有设定，我们其实实现了一种函数映射：

.

教学的实施为函数f（或称为教学作用），其作用于知识矩阵A，作用结果为E（此处为吸收概率的矩阵）。当我们对知识实施已有的教学作用时，我们得到是先验概率（矩阵形式表达），当我们实施教学探索、改革，试验或者某种新的教学行为，行为结果就是我们将获得后验概率。基于先验概率和后验概率形成的矩阵，我们可通过统计分析，给出推断。具体推断可以下面三种方式运作：

1. 计算吸收概率的的平均值

.

1. 对于两个“吸收概率”矩阵进行T检验。
2. 当有三个“吸收概率”矩阵，可应用方差分析。

在相同测试下，根据方式1如果差别明显，如先验平均概率为0.3，后验平均概率0.6，可以说明新旧教学作用带来明显差异，新的教学作用带来受教者的知识吸收程度明显提升，反之，则需要反思和改进。

而方式2和方式3，是常见的假设检验方法，故不赘述。其中方式3，可处理更多的分组，如现有两个班级采用新的教法（单因素），可对比原有的教法(先验），在其他因素不变情况下，给出统计判断。对于两种因素同时改变时，则可采用双因素试验的方差分析。

另外，矩阵引入，可系统地观察教学行为的整体表现，实现数据的整体处理。

而在局部分析上，矩阵也可发挥作用，如讨论知识点之间的相关性，假定仅针对某知识点a 加强了教学，同比之下，学习者吸收概率增大，而后续知识点b的测试的吸收概率随之有显著提升，则一定程度上说明两者相关性强，相互间不独立。而其他一些跟知识点a弱关联的知识点，则对应的测试吸收概率则不变或不明显，从而实现知识本身的横向分析，这对深入某学科的教学，进行知识逻辑探索和关系考察和整合，提供了思路和定量分析工具。

1. **总结**

本研究设计一个新颖的可用于日常教学的实证模型，其数据来源广泛，操作简练，统计方法成熟。对于大量的教育、教学理论以及不断涌现的教育、教学改革和探索，此模型提供了可由事实和数据来验证的现实性，从而为提升教育、教学研究的科学性和可测性提供了新途径和新思路。

**参考文献**

[1]吴玉鸣, 李建霞. 我国区域教育竞争力的实证研究[J]. 教育与经济, 2002(3):15-19.

[2] 高耀, 刘志民. 中国省域高等教育核心竞争力最新测度——基于因子和聚类分析法的实证研究[J]. 江苏高教, 2010(2):39-41.

[3] 曾天山, 潘丽. 关于教育实证研究的积极意义和局限性[J]. 当代教育论坛, 2008(1):110-117.

[4] 郑旭翰, 何明珂. 高校多媒体教学实证研究[J]. 中国大学教学, 2008(11):25-27.

[5] 陈玫. 大学英语多媒体教学应用实证研究[J]. 中国成人教育, 2008(16):185-186..

[6] 高惠莉. 计算机多媒体教学常态化探究——基于大学英语多媒体教学的实证研究[J]. 中国电化教育, 2013(2):83-88.

[7] 吴重涵. 教育实证研究中综述什么:研究方法论的视角[J]. 现代远程教育研究, 2017(1):21-25..

[8] 盛骤. 概率论与数理统计:第三版[M]. 高等教育出版社, 2001.

[9] 张尧庭, 陈汉峰. 贝叶斯统计推断[M]. 科学出版社, 1991.